

# AJUSTEMENT ROBUSTE ET SIMULTANÉ DE PLUSIEURS COURBES ET APPLICATIONS AU SUIVI DE MARQUAGES ROUTIERS

Jean-Philippe TAREL<sup>1</sup>, Pierre CHARBONNIER<sup>2</sup>, Sio-Song IENG<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Division « Exploitation-Signalisation-Éclairage » (ESE), Laboratoire Central des Ponts et Chaussées

<sup>2</sup> LRPC de Strasbourg, ERA 27 « Imagerie - méthodes optiques » du LCPC

<sup>3</sup> LRPC d'Angers, ERA 17 « Techniques physiques avancées pour l'exploitation et la sécurité routière »

## Résumé

Dans cet article, nous étudions le problème de l'ajustement simultané et robuste de plusieurs instances d'un modèle de courbe à partir d'un unique jeu de données bruitées, contenant des mesures erronées. En utilisant le cadre des M-estimateurs, et le formalisme lagrangien, nous proposons l'algorithme ARMS (Ajustement Robuste Multiple Simultané), extension de l'algorithme classique des moindres carrés pondérés itérés (MCPI). Nous l'appliquons ici au suivi simultané de marquages routiers. Les expérimentations montrent l'efficacité de l'algorithme ARMS, qui dépasse en performances les algorithmes classiques basés sur des modèles de mélanges de loi, en présence de données erronées.

## 1 Introduction

Nous nous intéressons ici à la détection et au suivi des marquages routiers à partir d'images numériques. Le principe du système développé dans (Tarel 2002, Ieng 2004) consiste à effectuer dans un premier temps une détection des centres supposés des marquages, puis à les approcher par ajustement robuste de courbes. Dans cette première approche, chaque ligne de marquage doit être suivie individuellement. Nous proposons ici une extension de ce travail, permettant l'ajustement simultané et robuste de plusieurs instances d'un modèle de courbe à partir d'un unique jeu de données. La modélisation du problème est décrite au paragraphe 2. L'algorithme d'ajustement simultané est défini au paragraphe 3 et les détails spécifiques au cas du suivi des marquages sont évoqués au paragraphe 4. Enfin, les expérimentations sont résumées au paragraphe 5.

## 2 Estimation robuste simultanée par Maximum de Vraisemblance

Considérons le problème de l'ajustement robuste simultané de  $m$  courbes. Chaque courbe est explicitement décrite par un vecteur de paramètres,  $A_{j=1...m}$ . Les observations correspondantes,  $y$ , sont supposées répondre à un modèle génératif linéaire :

$$y = X(x)^t A_j + b \quad (1)$$

où  $(x, y)$  sont les coordonnées des points sur chaque courbe de paramètres  $A_j$ ,  $X(x)^t$  est un vecteur contenant les valeurs de  $d+1$  fonctions de bases (voir partie 4) évaluées à la coordonnée  $x$ , et  $b$  est un bruit de mesure supposé indépendant, identiquement distribué (iid) à moyenne nulle. De façon à rendre l'estimation robuste à la présence de données erronées, la distribution du bruit est modélisée par :

$$p_s(b) \propto \frac{1}{s} e^{-\frac{1}{2} \phi \left( \left( \frac{b}{s} \right)^2 \right)} \quad (2)$$

où  $s$  est un facteur d'échelle, qui contrôle la distance à partir de laquelle une mesure bruitée a de bonnes chances d'être considérée comme erronée. Le rôle de  $\phi$  est de saturer l'erreur en cas de bruit important,

$|b| = |X^T A_j - y|$  de façon à limiter l'influence des données erronées. Pour cela, la fonction  $\phi$  doit être positive, croissante et concave (Geman 1992, Charbonnier 1997, Tarel 2002).

Notre but est d'estimer simultanément les  $m$  vecteurs de paramètres  $A_j$  à partir d'un ensemble de  $n$  points  $(X_i, Y_i)$  non étiquetés, *i.e.* dont on ne connaît pas *a priori* l'appartenance à l'une ou l'autre des lignes de marquage. La vraisemblance des observations conditionnellement à l'ensemble des paramètres des courbes, rassemblées dans un vecteur  $A$  de dimension  $m(d+1)$ , s'écrit :

$$p((x_i, y_i)_{i=1, \dots, n} | A) \propto \frac{1}{s^n} \prod_{i=1}^n \sum_{j=1}^m e^{-\frac{1}{2} \phi \left( \left( \frac{X_i^T A_j - y_i}{s} \right)^2 \right)} \quad (3)$$

L'estimation de  $A$  au sens du Maximum de Vraisemblance (MV) équivaut à la minimisation de :

$$e_{MV}(A) = \sum_{i=1}^n -\ln \left( \sum_{j=1}^m e^{-\frac{1}{2} \phi \left( \left( \frac{X_i^T A_j - y_i}{s} \right)^2 \right)} \right) + n \ln(s) \quad (4)$$

Comme dans le cas de l'ajustement de courbe unique, on augmente la dimensionnalité du problème en introduisant un jeu de variables auxiliaires  $w_{i,j} = \left( \frac{X_i^T A_j - y_i}{s} \right)^2$ . La valeur de  $e_{MV}(A)$  correspond alors à l'unique point-selle du Lagrangien suivant :

$$L_R(A, W, \Lambda) = \sum_{i=1}^n \ln \left( \sum_{j=1}^m e^{-\frac{1}{2} \phi(w_{i,j})} \right) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \lambda_{i,j} \left( w_{i,j} - \left( \frac{X_i^T A_j - y_i}{s} \right)^2 \right) - n \ln(s) \quad (5)$$

L'algorithme de minimisations alternées, par rapport à  $w_{i,j}$  et  $A$ , de la fonction duale est alors globalement convergent vers un minimum local de  $e_{MV}(A)$ .

### 3 Algorithme d'ajustement robuste multiple simultané (ARMS)

La minimisation de la fonction duale par rapport à  $A$  implique la résolution d'un système linéaire qui peut devenir singulier dans certains cas. Pour éviter cela, on introduit un *a priori* gaussien de matrice de covariance  $C_{pr}$ , et de biais  $A_{pr}$ , en ajoutant à (4) un terme de la forme  $(A - A_{pr})^T C_{pr}^{-1} (A - A_{pr})$ . Finalement, l'algorithme ARMS est défini comme suit :

1. Initialiser le nombre de courbes,  $m$ , le vecteur  $A^0 = (A_j^0)_{j=1 \dots m}$ , et fixer  $k=1$ .
2. Pour tous les indices  $1 \leq i \leq n$  et  $1 \leq j \leq m$ , calculer les variables auxiliaires et les poids :

$$w_{i,j}^k = \left( \frac{X_i^T A_j^{k-1} - y_i}{s} \right)^2, \text{ et } \lambda_{i,j}^k = \frac{\epsilon + e^{-\frac{1}{2} \phi(w_{i,j}^k)}}{m\epsilon + \sum_{l=1}^m e^{-\frac{1}{2} \phi(w_{i,l}^k)}} \phi'(w_{i,j}^k) \quad (6)$$

3. Résoudre le système linéaire

$$(D + (C_{pr})^{-1}) A^k = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n \lambda_{i,1}^k y_i X_i \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^n \lambda_{i,m}^k y_i X_i \end{pmatrix} + (C_{pr})^{-1} A_{pr} \quad (7)$$

4. Si  $\|A^k - A^{k-1}\| > \epsilon'$ , incrémenter  $k$  et aller à 2, sinon la solution est  $A = A^k$ .

Dans (7),  $D$  est une matrice diagonale par blocs, dont les  $m$  blocs diagonaux sont les matrices  $\sum_{i=1}^{i=n} \lambda_{i,j}^k X_i X_i^T$  de taille  $(d+1) \times (d+1)$ . La matrice  $C_{pr}$  est comme  $D$  de taille  $m(d+1) \times m(d+1)$ . Le biais  $A_{pr}$  est un vecteur de taille  $m(d+1)$ , de même que  $A$  et  $A^k$ . Au-delà de son aspect purement technique, l'introduction d'un *a priori* gaussien est un moyen simple et efficace de prendre en compte des connaissances spécifiques à l'application, comme on le verra au paragraphe 4. En pratique, nous utilisons souvent un biais nul et une matrice de covariance bloc-diagonale avec, pour chaque bloc :

$$C_{pr}^{-1} = r \int_{-1}^1 X(x) X(x)^T dx \quad (8)$$

(en supposant que  $x$  varie sur  $[-1,1]$ ). Cet *a priori* a pour avantage de modéliser les perturbations dues à l'échantillonnage de l'image. D'autre part, l'ajout de  $\epsilon$ , égal à la précision machine, dans (6) permet d'éviter que le dénominateur ne devienne nul, ce qui pourrait arriver lorsque un point d'indice  $i$  est loin de toutes les courbes. Dans ce cas,  $\phi'(i)$  est, dans (6), seulement pondéré par un facteur constant,  $1/m$ . On note que lorsque  $m=1$ , l'algorithme ARMS se réduit à l'algorithme de moindres carrés pondérés itératifs (MCPI) couramment utilisé par les M-estimateurs (Huber 1985) et la théorie semi-quadratique. En fait, l'algorithme ARMS diffère surtout par l'introduction d'un rapport de probabilités, ce qui est courant dans les algorithmes de classification. On peut d'ailleurs noter le rôle classifiant de la variable  $\lambda_{i,j}$  qui pondère la valeur de chaque résidu selon le « degré d'appartenance » de la donnée  $i$  à la courbe  $j$ .

## 4 Application au suivi des lignes de marquage

Nous donnons maintenant quelques détails d'implémentation spécifiques au suivi temporel des lignes de marquages routiers.

Dans cette application, la relation entre les coordonnées images  $(x, y)$  des points de marquage, voir équation (1), est choisie de type polynomial. Selon l'angle de prises de vues, on pourra utiliser l'un des polynômes définis dans le tableau suivant. On notera que les polynômes fractionnaires ne nécessitent pas la connaissance de la position de la ligne d'horizon.

Tableau 1 : Types de polynôme en fonction de l'angle de prise de vue.

Polynôme	Prise de vues	Expression
Usuel	Verticale	$y = \sum_{j=0}^d a_j x^j$
Hyperbolique	Perspective	$y = a_0 x + a_1 + \sum_{j=2}^d \frac{a_j}{(x-x_h)^j}$ où $x_h$ =ligne d'horizon
Fractionnaire	Perspective	$y = \sum_{j=0}^d a_j x^{(j/d)}$

Pour éviter les problèmes numériques, une normalisation des données est réalisée en mettant les images à l'échelle pour ramener les coordonnées dans  $[-1,1] \times [-1,1]$  pour les polynômes usuels et fractionnaire et dans  $[0,1] \times [-1,1]$  pour les polynômes hyperboliques.

En ce qui concerne la modélisation du bruit, nous utilisons une famille paramétrique de densités de probabilités, introduite dans (Tarel 2002) sous le nom de famille exponentielle lissée :

$$S_{\alpha,s} = \frac{1}{s} e^{-\frac{1}{2} \phi_{\alpha} \left( \frac{t}{s} \right)^2} \quad \text{avec} \quad \phi_{\alpha}(t) = \frac{1}{\alpha} \left( (1+t)^{\alpha} - 1 \right) \quad (9)$$

Le paramètre  $s$  est le facteur d'échelle, tandis qu' $\alpha$  modifie la forme de la fonction, comme on peut le constater sur la figure 1 : plus sa valeur est grande, plus la probabilité d'observer un fort résidu est forte. Ce paramètre permet une transition continue entre des lois statistiques bien connues telles que la gaussienne ( $\alpha=1$ ), Laplace lissée ( $\alpha=1/2$ ) ou T-Student ( $\alpha \rightarrow 0$ ). On peut exploiter cette propriété pour obtenir une meilleure convergence en utilisant une approche en continuation, de type GNC (Blake 1987), c'est-à-dire en faisant diminuer  $\alpha$  progressivement vers 0.

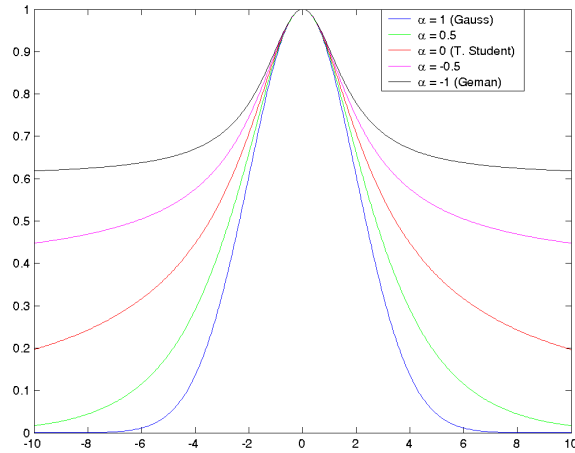


Figure 1 - Famille exponentielle lissée.

Comme nous l'avons fait remarquer au paragraphe 3, l'utilisation d'un *a priori* gaussien permet d'introduire des connaissances spécifiques à l'application. Par exemple, en utilisant (8), on tient compte des perturbations dues à l'échantillonnage des images. En jouant sur les éléments diagonaux de  $C_{pr}$ , on peut contrôler le degré de la courbe. Par exemple dans le cas des polynômes, les coefficients diagonaux correspondant aux monômes de degré supérieur à 1 seront fixés à des valeurs plus faibles que celles des monômes de degré 0 et 1. Des contraintes géométriques « douces » entre courbes peuvent être imposées en définissant des blocs hors-diagonale non nuls. C'est, en particulier, une façon de maintenir le parallélisme entre courbes. Prenons l'exemple de deux courbes,  $y = a_0 + a_1 X$  et  $y = a'_0 + a'_1 X$ . La matrice de covariance *a priori* est obtenue en ré-écrivant  $(a_1 - a'_1)^2$  en notations matricielles :

$$\begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a'_0 \\ a'_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a'_0 \\ a'_1 \end{pmatrix} \quad (10)$$

La matrice ci-dessus, multipliée par un facteur global, peut être utilisée comme inverse de matrice de covariance,  $C_{pr}^{-1}$ . Le facteur contrôle le compromis entre le terme d'attache aux données et les autres *a priori*. D'autres types de contraintes géométriques peuvent être imposées de manière similaire, comme des intersections à un certain point ou des orientations symétriques. Ces *a priori* géométriques peuvent être combinés en ajoutant les termes de régularisation  $(A - A_{pr})^T C_{pr}^{-1} (A - A_{pr})$  à (4).

Une autre caractéristique intéressante de l'algorithme ARMS est qu'il est directement adaptable au cas du filtrage de Kalman, puisqu'il englobe un *a priori* gaussien. Cela pose cependant la question de la définition de la matrice de covariance *a posteriori* de l'estimée. Sous l'hypothèse gaussienne pour le bruit, cette définition est bien connue :  $C_j = s^2 \left( \sum_{i=1}^{i=n} X_i X_i^T \right)^{-1}$ ,  $j=1...m$ . Malheureusement, dans le cas robuste, l'estimation de  $C_j$  est un problème difficile et seules des approximations sont disponibles. Plusieurs d'entre elles ont été testées dans (Ieng 2004). L'hypothèse sous-jacente à la définition de ces approximations est que le bruit est indépendant, ce qui n'est pas vérifié en pratique : les résidus s'avèrent corrélés d'une ligne à l'autre. Toutes ces approximations peuvent donc être améliorées en introduisant un facteur de correction *ad hoc* pour tenir compte de ces corrélations dans la matrice de covariance inverse. Expérimentalement, le facteur suivant, associé à chaque courbe  $j$ , se montre approprié pour cette tâche :  $1 - \left( \sum_{i=1}^{i=n-1} \sqrt{\lambda_{i,j} w_{i,j} \lambda_{i+1,j} w_{i+1,j}} / \sum_{i=1}^{i=n-1} \lambda_{i,j} w_{i,j} \right)$ .

La matrice de covariance approchée pour l'ensemble des paramètres des courbes,  $A$ , est simplement la matrice diagonale par blocs bâtie à partir des matrices de covariance *a posteriori* pour chaque courbe,

les  $C_j$ . Cet *a priori* temporel peut facilement être combiné à des *a priori* géométriques pour permettre le suivi de courbes parallèles, par exemple.

## 5 Résultats expérimentaux

La figure 2 montre trois courbes ajustées simultanément sur les centres des marquages (en vert) ainsi que les courbes d'incertitude sur la position horizontale de chaque courbe,  $\pm \sqrt{X(x)C_j^{-1}X(x)}$  (en rouge). On note que l'incertitude est plus forte pour la ligne discontinue de droite que pour le marquage axial continu. De plus, on remarque que l'incertitude augmente avec la distance. Dans toutes ces expériences, les paramètres utilisés pour le modèle de bruit sont  $\alpha=0.1$  et  $s=4$ .

Pour ce qui est du suivi, nous avons comparé le filtrage de Kalman séparés sur les courbes individuelles et le filtrage de Kalman simultané, le premier correspondant au cas particulier du second où la matrice de covariance inverse est bloc-diagonale. Un exemple est montré sur la figure 3. On remarque que le parallélisme des lignes est mieux préservé dans le cas du suivi simultané, notamment grâce à un choix judicieux des blocs non diagonaux de  $C_{pr}$ .

La figure 4 illustre la capacité du filtrage de Kalman basé sur l'algorithme ARMS à poursuivre plusieurs courbes dans une séquence d'images. Dans ce cas, les trois lignes de marquage sont correctement suivies, bien que le véhicule réalise plusieurs changements de voies, aux cours de cette séquence de 150 images. Notons que le filtre de Kalman utilisé ici ne met en œuvre aucun modèle dynamique du véhicule, puisque seules les images sont disponibles. Nous avons observé qu'il vaut mieux initialiser l'algorithme ARMS à l'aide du résultat de l'ajustement réalisé dans l'image précédente plutôt qu'avec la prédiction issue du filtre car ce dernier introduit un délai en cas de déplacement brusque du véhicule ou de modification du marquage.

Enfin, nous obtenons des résultats intéressants même sur des images de piètre qualité, comme l'illustre la figure 5. La pluie cache presque entièrement le marquage de gauche sur deux images consécutives. Malgré cela, le filtre de Kalman utilisant l'algorithme ARMS s'avère capable d'interpoler correctement le marquage caché.

## 6 Conclusion

Nous avons proposé un nouvel algorithme pour la détection robuste des lignes de marquages, appelé ARMS. Cet algorithme étend au cas de l'ajustement robuste les algorithmes adaptés aux mélanges de lois gaussiennes comme ceux dérivés de l'EM. C'est aussi une version étendue de l'algorithme MCPI dans laquelle les poids incorporent un rapport de probabilités supplémentaire. Nous introduisons, de plus, un moyen de bannir les probabilités nulles dans le calcul des poids pour une meilleure stabilité numérique. L'introduction d'un *a priori* gaussien est aussi intéressant, spécialement dans le contexte du traitement de séquences d'images, comme le montre l'application au suivi simultané de marquages dans des conditions difficiles. De plus, l'approche étant basée sur un modèle génératif linéaire, elle pourrait avantageusement être utilisée dans bien d'autres domaines, comme la classification non supervisée ou les modèles d'apparence.

## 7 Références

Blake A. et Zisserman A. (1987) *Visual Reconstruction*. MIT Press, Cambridge, MA.

Charbonnier P., Blanc-Féraud L., Aubert G. et Barlaud M. (1997) "Deterministic edge-preserving regularization in computed imaging". *IEEE Transactions on Image Processing*, 6(2), pages 298–311.

Geman D. et Reynolds G. (1992) "Constrained restoration and the recovery of discontinuities". *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 14(3), pages 367–383.

Huber P.J. (1985) *Robust Statistics*, John Wiley and Sons.

Ieng S.S. (2004) Méthodes robustes pour la détection et le suivi des marquages, Thèse de doctorat, Université Paris VI.

Tarel J.-P., Ieng S.S. et Charbonnier P. (2002) "Using Robust Estimation Algorithms for Tracking Explicit Curves". *Actes du congrès European Conference on Computer Vision*, Copenhagen, Danemark, pages 492-507.

## 8 Figures

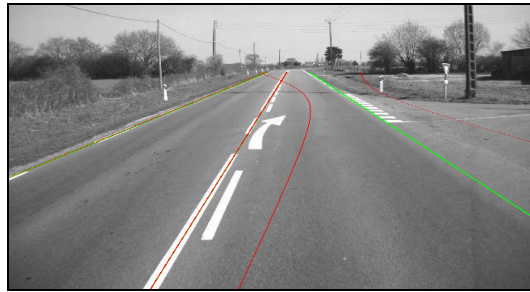


Figure 2 - Courbes ajustées (en vert) et incertitude sur la position (en rouge).



Figure 3 - Ajustements individuels (à gauche) et ajustement simultané (à droite) de 3 lignes de marquage. Zoom sur le fond de la route.

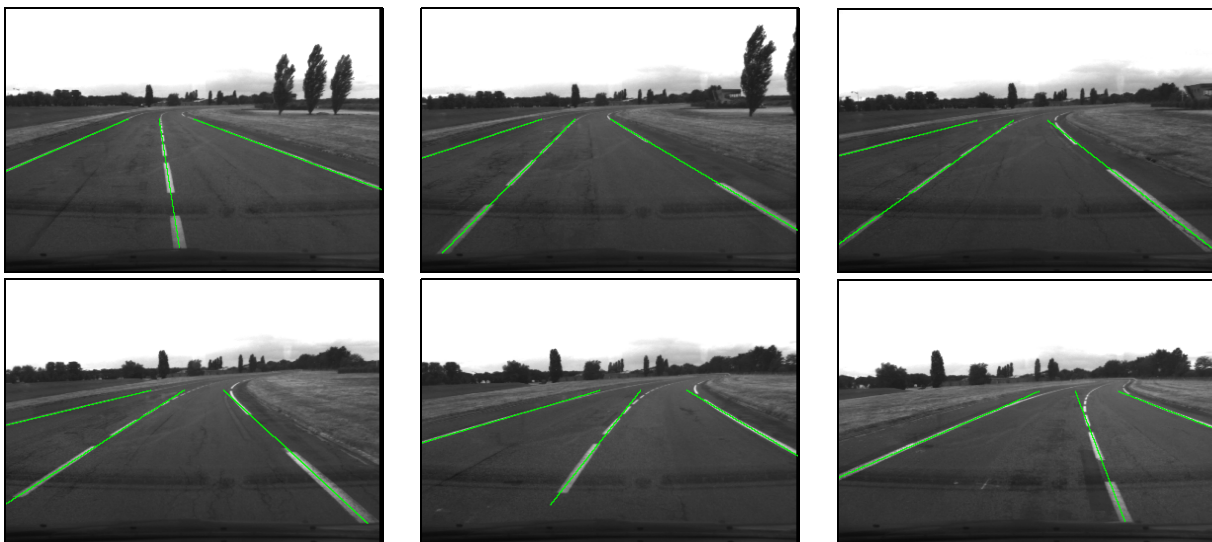


Figure 4 - Suivi de lignes avec changement de voie (chronologie : de gauche à droite et de haut en bas).

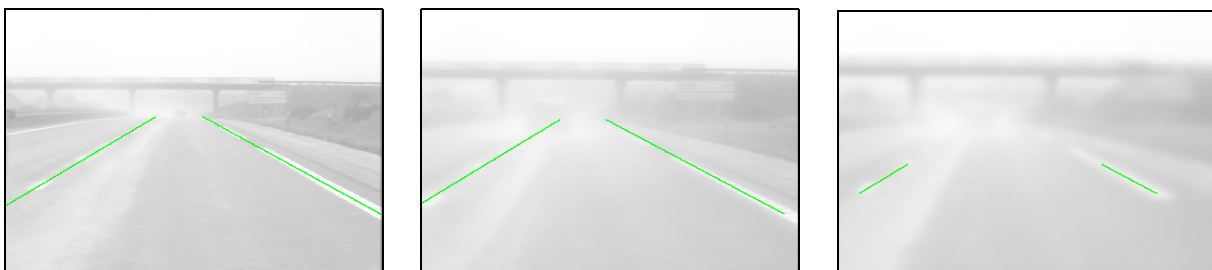


Figure 5 - Ajustement dans des conditions difficiles (pluie et masquages partiels des lignes de marquage).