# Estimation robuste et applications au traitement d'images

Sio-Song Ieng LRPC Angers Sio-Song.Ieng@equipement.gouv.fr Jean-Philippe Tarel LCPC Paris Tarel@lcpc.fr

Pierre Charbonnier LRPC Strasbourg Pierre.Charbonnier@equipement.gouv.fr

Robust estimation is a generic tool for image analysis. In fact, many vision problems can be seen as parameter estimation problems where the observation noise is far from being Gaussian. In this paper, we present an approach based on the Maximum Likelihood principle and robust statistics for analyzing images in two applications: curves fitting and image smoothing.

## 1 Introduction

En traitement d'images, les informations intéressantes sont souvent incomplètes et sujettes à des perturbations diverses. Dans ce contexte, l'estimation robuste est un outil générique qui offre un cadre rigoureux pour poser et résoudre de nombreux problèmes. Ainsi, les deux applications, apparemment très différentes, que nous considérons ici (détection et suivi d'une courbe pour modéliser le tracé d'une route sur une image et lissage d'images pour l'amélioration de leur qualité visuelle) peuvent être formulées comme un problème d'estimation robuste des paramètres d'un modèle génératif linéaire. Pour se placer dans le cadre de l'estimation robuste, nous avons décomposé le traitement en deux étapes qui seront décrites successivement. La première étape extrait les données pertinentes, ou *indices*, suivant des critères bien choisis dépendant de l'application. Cela permet de se placer dans les conditions qui facilitent la modélisation des écarts au modèle linéaire par un modèle probabiliste paramétré. La deuxième étape traite globalement ces données à l'aide d'un algorithme de type moindres carrés pondérés itératifs. Les résultats expérimentaux proposés dans le dernier paragraphe illustrent l'efficacité de cette approche.

## 2 Extraction des indices

La quantité d'information présente dans les images rend particulièrement attractive l'utilisation de caméras par rapport à d'autres capteurs. Cependant, l'information utile peut se trouver « noyée » dans une quantité importante de perturbations induites par les autres éléments des scènes. Il faut donc mettre à profit les caractéristiques géométriques et colorimétriques disponibles pour supprimer au mieux les perturbations, tout en conservant au maximum les indices locaux propres aux cibles. Ainsi, pour extraire les marquages routiers, nous pouvons tenir compte de leur couleur claire ainsi que de leur largeur [1, 2] comme illustré par la figure 1. Pour les panneaux de signalisation, nous nous intéresserions principalement à la couleur.

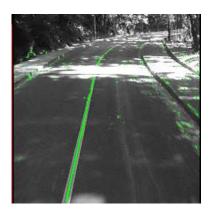


FIG. 1 – L'extraction des marquages sur une image. Les indices extraits sont les pixels verts.

## 3 Traitement des indices

Pour traiter les indices locaux, on suppose qu'un modèle géométrique linéaire de l'objet est disponible. Les écarts entre les positions des indices extraits et ceux prédits par le modèle de l'objet sont nommés *résidus*. Ils peuvent être vus comme les réalisations d'une variable aléatoire, dont il convient de modéliser la distribution statistique. Lorsque l'extraction est suffisamment sélective, il est possible d'utiliser un modèle unimodal paramétré de cette distribution, comme nous avons pu l'observer en pratique dans nos applications.

## 3.1 Modélisation des résidus

Bien que le modèle gaussien soit souvent utilisé, il est notoirement inadapté à la présence de données erronées, se traduisant par de très forts résidus. Une approche plus robuste, comme les M-estimateurs [4], consiste à utiliser des modèles de la forme générale :

$$pdf(b) \propto e^{-\frac{1}{2}\phi(\frac{b^2}{s^2})} \tag{1}$$

où  $\infty$  signifie l'égalité à un facteur multiplicatif près et pdf(b) est la distribution de probabilités du résidu b. Le paramètre d'échelle s conditionne la distance au-delà de laquelle un résidu peut être considéré comme correspondant à une donnée erronée.

En pratique, nous avons introduit deux familles de distributions paramétrées et montré expérimentalement qu'elles étaient bien adaptées à nos applications [1]:

Famille exponentielle lissée (FEL) [3] Cette famille est définie par :  $\phi(t) = \phi_{\alpha}(t) = \frac{1}{\alpha}((1+t)^{\alpha}-1)$ . Le paramètre  $\alpha$  permet une transition continue entre différents modèles classiques : Gauss  $(\alpha=1)$ , Laplace lissé  $(\alpha=\frac{1}{2})$  et Geman & McClure  $(\alpha=-1)$  [5].

Famille T-Student généralisée (TSG) Nous avons remarqué que lorsque  $\alpha = 0$  dans la famille précédente, la dérivée de  $\phi(t)$  est de la forme  $\frac{1}{1+t}$  par continuité, alors que la distribution de probabilité n'est pas définie. Cela nous a conduit à introduire la famille T-Student généralisée, définie par  $\phi_{\beta}(t) = 2\beta \ln(1+t)$ , pour  $\beta > 0$ .

## 3.2 La résistance de l'algorithme aux données erronées

L'estimation des paramètres du modèle linéaire de l'objet au sens du Maximum de Vraisemblance conduit, sous l'hypothèse (1) pour la distribution des résidus, à un problème d'optimisation non linéaire. Celui-ci peut

être résolu efficacement par un algorithme de type moindres carrés pondérés itératifs, comme proposé dans [4] dans le cadre de l'approche connue sous le nom de *M-estimateurs*.

La pondération introduite dans l'algorithme est directement la dérivée de  $\phi$  appliquée au carré du résidu :  $\phi'(\frac{b^2}{s^2})$ . Étant donnée la forme des fonctions utilisées, on montre facilement que cela revient à atténuer plus ou moins fortement l'importance des données, selon la valeur des résidus correspondants. L'atténuation est plus ou moins importante selon le choix de  $\alpha$  ou de  $\beta$  dans les deux familles de bruits présentées ci-dessus. Ces paramètres jouent donc un rôle fondamental en terme de robustesse de la méthode.

Comment mesure-t-on la robustesse de l'algorithme? À partir des travaux de Mizera et Müller [6], nous avons pu montrer qu'avec FEL et TSG, il est possible de mesurer la proportion de données erronées à partir de laquelle l'algorithme n'est plus efficace. En effet, lorsque  $\alpha = 1$ , nous avons une distribution gaussienne, l'estimation n'admet aucune donnée erronée, cette proportion est de 0%. Lorsque  $\alpha$  tend vers 0, cette proportion tend vers 50%. Avec TSG, cette proportion est constante et est égale à 50%, le maximum théorique [1].

# 4 Les applications

Nous présentons maintenant deux applications qui illustrent la généralité du cadre de l'estimation robuste.

## 4.1 Estimation de courbes linéairement paramétrées

L'application visée est la détection et le suivi des marquages routiers afin de permettre le guidage automatique d'un véhicule comme l'illustre la figure 2. Pour ce problème, les données extraites sont les coordonnées des points  $(y_i,x_i)$ . La forme des marquages est décrite par les familles de courbes linéairement paramétrées :  $y = \sum_{i=1}^{d} a_i f_i(x)$ . Les fonctions de bases peuvent, par exemple, être des polynômes [3]. L'avantage de l'algorithme des moindres carrés pondérés itératifs est sa rapidité, nécessaire pour le suivi, contrairement aux méthodes telles que les moindres carrés médians.

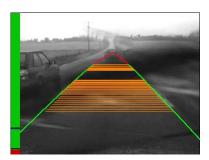


FIG. 2 – L'image est tirée d'une séquence traitée en temps réel. On remarquera l'importante occultation des marquages due à l'essuie-glace.

## 4.2 Lissage des images

Enfin, nous présentons une méthode de lissage d'une image qui conserve les contours. Il existe de nombreuses études portant sur cette application utilisant le même principe dit du filtrage bilatéral [7]. Nous présentons ici une méthode fondée sur l'estimation robuste qui permet de tenir compte des contours comme le montrent les résultats de la figure 3. Pour le lissage, les indices sont de nature photométrique (intensité du niveau de gris ou des couleurs). Pour chaque pixel de l'image, nous considérons une fenêtre carrée de pixels voisins, centrée sur le pixel courant. Le modèle linéaire est ici le plus simple possible puisqu'il se limite à une

constante. Celle-ci est estimée de manière robuste à l'aide de l'algorithme décrit au paragraphe 3.2. La valeur du pixel courant est ensuite remplacée par son estimée qui correspond à une moyenne pondérée des pixels voisins.

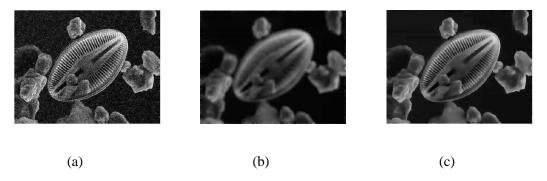


FIG. 3 – (a) L'image bruitée à traiter, (b) l'image précédente lissée par un filtre gaussien et (c) l'image bruitée après lissage par une estimation robuste.

#### 5 **Conclusion**

Nous avons présenté dans cet article une démarche statistique très générale pouvant résoudre différents problèmes du traitement d'images en les posant comme des problèmes d'estimation. À partir des indices extraits convenablement en fonction de l'application, nous utilisons un algorithme des moindres carrés pondérés itératifs déduit de deux familles paramétrées de distributions du bruit : FEL et TSG. On peut montrer que pour certaines valeurs de paramètre de ces distributions, la résistance de l'algorithme aux données erronées atteint le maximum théorique de 50%. Enfin, pour illustrer cette approche, nous avons présenté deux applications différentes qui sont l'extraction de courbe et le lissage d'une image.

## Références

- [1] S.-S. Ieng Méthodes robustes pour la détection et le suivi des marquages. Thèse de doctorat Université de Pierre et
- Marie Curie, 2004.
  [2] S.-S. Ieng et J.-P. Tarel On the Design of a Single Lane-Markings Detector Regardless the On-board Camera's Position. Proceedings of IEEE Intelligent Vehicle Symposium (IV'2003), pages 564-569, 9-11 juin 2003, Colombus,
- OH, USA [3] J.-P. Tarel, S.-S. Ieng and P. Charbonnier *Using Robust Estimation Algorithms for Tracking Explicit Curves*. Proceedings of European Conference on Computer Vision (ECCV'02), vol I, pages 492-507, Copenhague, mai 2002. P. J. Huber. *Robust statistics*. John Wiley and Sons, New York, New York, 1981. S. Geman and D. McClure Statistical Methods for Tomographic Image Reconstruction. Bull. Int. Stat. Inst. pages
- [6] I. Mizera et C. H. Müller Breakdown points and variation exponents of robust M-estimators in linear models. Ann. Statistics, vol. 27, pages: 1164-1177,1999.
  [7] C. Tomasi et R. Manduchi *Bilateral fi Itering for gray and color image*. Proceedings of 6h International Conference
- in Computer Vision, pages 839-846, New Delhi, India, 1998.